VOL 1 (8) 2024

JOURNAL OF SCIENCE AND RESEARCH

ASTANA

WWW.JSRJOURNAL.KZ

«Journal of Science and Research (JSR)»

зарегистрирован в Комитете информации Министерства информации и общественного развития Республики Казахстан
№ KZ41VPY00076697 от 01.09.2023 г.

Международный центр ISSN (ISSN-L): 3006-4325

Издается два раза в месяц.

ВЫПУСК № 1 (8), 2024 г.
ИЮНЬ, 2024 г.

Астана, 2024

www.jsrjournal.kz

СОДЕРЖАНИЕ

УДК 37.072

Дауренбаева Айсулу Алиповна, ф.ғ.к.
Директордың оқу-әдістемелік ісі жөніндегі орынбасары, «М.Өтебаев атындағы жоғары жаңа технологиялар колледжі» МКҚК
(Қазақстан, Шымкент қаласы)

Тимурбекова Сауле Кулахметовна, магистр
Арнайы пән оқытушысы, «М.Өтебаев атындағы жоғары жаңа технологиялар колледжі» МКҚК
(Қазақстан, Шымкент қаласы)

WORLDSKILLS СТАНДАРТТАРЫН ОҚУ ПРОЦЕСІНЕ ЕНГІЗУ АРҚЫЛЫ ЖАС МАМАНДАРДЫҢ ҰТҚЫРЛЫҒЫН ҚАМТАМАСЫЗ ЕТУ

Аннотация. *Мақалада WorldSkills стандарттарын оқу процесіне енгізу арқылы жас мамандардың ұтқырлығын қамтамасыз ету мүмкіндіктері қарастырылады..Автор WorldSkills чемпионаттарына қатысу -білім беру мазмұны мен технологияларын өзектендіруге мүмкіндік беретінін, ал студенттерге кәсіби біліктілік пен мансаптағы озық тәжірибемен танысуға, кәсіби даярлықтың мәртебесі мен сапасын арттыруға, еңбек нарығында сұранысқа ие беделді мамандық алуға және еңбек нарығында өзін табысты көрсетуге мүмкіндік беретінін атап көрсетеді.*

Кілт сөздер: *WorldSkills стандарты, ұтқырлық, кәсіптік стандарт, құзіреттілік, графикалық дизайн, кәсіби дағдылар мен білімдер, білім беру бағдарламасы, графикалық бағдарламалар*, т.б.

Қазақстанда жыл сайын WorldSkills кәсіби шеберлігінің ұлттық чемпионаты өткізіледі. Оның мақсаты – жоғары технологиялық салаларды дамыту үшін елдің кадрлық әлеуетін құру, қазақстандық білімі бар жас мамандардың жоғары ұтқырлығын қамтамасыз ету.

WorldSkills чемпионаты қозғалысы қазіргі уақытта әлемнің үздік кәсіптік білім беру педагогтері арасында тәжірибе алмасу, технологияларды дамыту саласындағы өзекті мәселелерді шешу, әлемдік ауқымда білім берудің инновациялық стандарттарын әзірлеу алаңдары болып табылады. WorldSkills өткізетін конкурстық сынақтар белгілі бір құзыреттер бойынша даярлауды жүзеге асыратын педагогтарға әртүрлі білім беру практикаларында оқытудың ерекшеліктері мен әдістерін, халықаралық деңгейде кәсіптік стандарттардың талаптарымен танысуға, дайындықтың жаңа технологияларын игеруге, сол арқылы өзінің кәсіптік даярлау жүйесін жаңартуға мүмкіндік береді.

Қазіргі уақытта колледждерде мамандарды дайындау жүйесін тек кәсіби біліктілік стандартымен ғана емес, сонымен қатар WorldSkills стандарттарының және жұмыс берушілердің талаптарымен келісудің маңыздылығы атап өтілді.

Осы тұрғыда техникалық және кәсіптік білім беру ұйымдарында жастардың заманауи білімді игеруі үшін барлық жағдайлар жасалған. Көптеген колледждерде мамандандырылған IT-оқыту жүйесін жетілдіру мақсатында республикалық және халықаралық деңгейде талап етілетін мамандарды даярлау үшін қажетті заманауи жабдықтармен жарақтандыру бойынша ЖАС МАМАН жобасы енгізілген. Сондай-ақ, үздік студенттер кәсіби шеберлік сайысы WorldSkills чемпионаттарына қатысады. Қазақстанда WorldSkills қозғалысы пайда болғаннан бастап, оның стандарттары Білім беру бағдарламасының мазмұнына енгізіле бастады.

Соңғы жылдары айналадағы заттардың әдемі және тиімді дизайнына көбірек көңіл бөлінеді. Бұл іске жас мамандықтың өкілдері, негізінен графикалық дизайнерлер үлестерін қосып жүр.

Арнайы компьютерлік бағдарламаларды қолдана отырып, шығармашылық тамыры бар кез-келген адам бұл мамандықты жоғары білімсіз де игере алады. IT-компаниядағы кәсіби дизайнер шығармашылықтан басқа, Adobe Photoshop, Adobe Illustrator, Corel DRAW және т. б. графикалық бағдарламалар туралы білімді қажет етеді.

IT-компанияларындағы графикалық дизайнер компанияның фирмалық стиліне жауап береді. Ол фирмалық белгілер мен логотиптерді әзірлеумен, түс схемасы мен қаріптерді таңдаумен, сондай-ақ фирмалық киімнің макеттерін жасаумен айналысуы керек.

Графикалық дизайнға қатысты модуль 06130100 «Бағдарламалық қамтамасыз ету» мамандығының білім беру бағдарламасында қамтылған. Графикалық дизайн құзыреттілігін қалыптастыру мақсатында графикалық интерфейс құру модулінде графикалық редакторлардың теориялық және практикалық негіздерін меңгерген соң, оқу практикасы Worldskills-тің «Графикалық дизайн» құзыреттілігі бойынша жүргізіледі. Студенттер «Графикалық дизайн» стандартының конкурстық тапсырмаларына сәйкес фирмалық стиль жасау бойынша тапсырмаларды орындайды, нақтылағанда фирманың белгісі мен логотипін жасау, бренд түстерін айқындау, фирмалық графика жиынтығын жасау және жарнама мен маркетинг үшін баспа өнімдерін дайындау сияқты жұмыстар.

Мұнда оқытушының рөлі өте маңызды. Практика барысында теориясы жақсы болғанмен, студенттердің тәжірибесі дизайн жасауда жеткіліксіз. Осындай кезде студент жоба жасағанда педагог оның жұмыстарына бақылау жасап, тиісті нұсқаулар беріп отыру керек. Практика барысында студенттің талғамын және техникасын дамыту ең тез, әрі тиімді әдіс болып табылады.

WorldSkills стандарттарында әр жылда өзгеріс енгізіліп отырады, яғни конкурстық тапсырмалар белгілі бір пайыздарға жаңарады, бұл қатысушылардан өздерінің кәсіби білімдері мен дағдыларын үнемі жетілдіруді талап етеді, ал білім беру процесінде педагог пен студенттердің кәсіби даярлықтарын шындауға, тәжірибеге бағдарлау саласын кеңейтуді талап етеді.

WorldSkills чемпионаттарына қатысу білім беру мазмұны мен технологияларын өзектендіруге мүмкіндік береді; ал студенттерге кәсіби біліктілік пен мансаптағы озық тәжірибемен танысуға, кәсіби даярлықтың мәртебесі мен сапасын арттыруға, еңбек нарығында сұранысқа ие беделді мамандық алуға және еңбек нарығында өзін табысты көрсетуге мүмкіндік береді.

Қорыта айтқанда, WorldSkills стандарттары кәсіби білім берудің білім беру процесіне тиімді түрде енгізілсе, кәсіби дайындық процесінің де сапасы артады.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР:

1. «Білім туралы» Қазақстан Республикасы Заңы 27 шілде 2007жыл.
2. «Мектепке дейінгі тәрбие мен оқытудың, бастауыш, негізгі орта, жалпы орта, техникалық және кәсіптік, орта білімнен кейінгі білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандарттарын бекіту туралы» Қазақстан Республикасы Оқу-ағарту министрінің 2022 жылғы 3 тамыздағы № 348 бұйрығы.
3. Қазақстан Республикасында білім беруді және ғылымды дамытудың 2020-2025 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасы.
4. ҚР мектепке дейінгі, орта, техникалық және кәсіптік білім беруді дамытудың 2023-2029 жылдарға арналған тұжырымдамасы
5. «Кәсіпқор» холдингі» АҚ «WorldSkills стандарттары бойынша өңірлік чемпионаттарды ұйымдастыру және өткізу процесінің негізгі аспектілері» - Нұр-Сұлтан, 2019 жыл.
6. Анисимова А. П. Проблемы формирования современной личности выпускника на основе компетенций, определяющих социальными партнерами. // Право и образование, 2010.

УДК 514.01

Хырхынбай Жамал
п.ғ.к., қауымдастырылған профессор
(г. Астана, Казахстан)

Даулетова Айгерім Нұржанқызы
Математика БББ бағдарламасының 3 курс студенті
Астана халықаралық университеті
(г. Астана, Казахстан)

ҮШБҰРЫШТЫҢ МЕДИАНАЛАРЫНА ҚАТЫСТЫ ТЕҢСІЗДІКТЕРДІ ДӘЛЕЛДЕУ

Аңдатпа. *Мақалада үшбұрыштың медианаларымен байланысты теңсіздіктер және оларды дәлелдеу әдістері қарастырылады. Аналитикалық, геометриялық, координаттарды қолдану және векторлық әдісті қоса алғанда, әртүрлі дәлелдеу әдістері талданады. Медианалық теңсіздіктердің қолданылуын көрсететін егжей-тегжейлі шешімдері бар есептердің мысалдары келтірілген. Мақала геометрия мен математикалық талдауға қызығушылық танытатын студенттерге, оқытушыларға және зерттеушілерге бағытталған.*

Кілттік сөздер: *Үшбұрыштың медианалары, Эйлер теңсіздіктері, Жак* Саломонны*ң теңсіздіктері, геометриялық дәлелдер, аналитикалық әдістер, векторлық әдіс, геометриялық есептер, математикалық талдау, теңсіздіктерді жалпылау*

Бұл саладағы негізгі нәтижелердің бірі – алғаш рет 18 ғасырда Леонард Эйлер тұжырымдаған Эйлер теңсіздігі. Ол үшбұрыштың медианалық квадраттарының қосындысы үшбұрыштың қабырғаларының квадраттарының қосындысынан аз немесе оған тең екенін айтады. Бұл жұмыс одан әрі зерттеуге және басқа теңсіздіктерді ашуға негіз болды.

XX ғасырда ұсынылған Жак Саломонның теңсіздігі тағы бір маңызды нәтиже болып табылады. Ол үшбұрыштың медианаларының қосындысы әрқашан қабырғалардың жарты қосындысынан үлкен екенін айтады, бұл үшбұрыштағы басқа сызықтармен салыстырғанда медианалардың бірегей қасиеттерін көрсетеді.

Соңғы жылдары медианалық теңсіздіктер бойынша зерттеулер айтарлықтай кеңейді. Векторларды қолдану және координаталық әдіс сияқты заманауи әдістер белгілі теңсіздіктердің жаңа дәлелдері мен жалпылауын ұсынды. Сергей Рашевский мен Джон Миллер сияқты көптеген математиктердің еңбектерінде медианалардың геометриялық және алгебралық қасиеттері талданып, осы теңсіздіктердің жаңа ашылулары мен қолданылуына әкеледі.

Беккенбахтың үшбұрыштың медианаларымен байланысты теңсіздіктерді зерттеуі классикалық геометрияның бөлігі болып табылады. Беккенбах үшбұрыштағы медианалардың ұзындығын бағалау үшін қолдануға болатын әртүрлі теңсіздіктерді зерттеді.[5, 223б]

Сонымен қатар, кейбір зерттеулер медианалық теңсіздіктерді көп өлшемді кеңістіктер мен полиэдраларға жалпылауды қарастырады, бұл күрделі фигуралардың геометриялық қасиеттерін зерттеуде жаңа перспективалар ашады. Бұл саладағы жұмыстар медианалардың тек жазықтық геометриясында ғана емес, сонымен қатар көп өлшемді де маңыздылығын көрсетеді.[1, 159 б]

Осы зерттеу барысында біз бірнеше мысалдар қарастырамыз:

Мысал 1. ABC барлық үшбұрыштың медиана ұзындықтары $CM(m_c)$ төмендегі теңсіздікті қанағаттандырады:

$$\frac{1}{2}(a+b-c)<m_c<\frac{1}{2}(a+b),$$

Дәлелдеуі: CM медианасын M нүктесіне дейінгі ұзындықта созамыз, яғни: $CD<AC+AD,$ яғни, $2m_c<b+a,$ одан $m_c<\frac{1}{2}(a+b)$.

$a<m_c+\frac{c}{2}b<m_c+\frac{c}{2},$ үшбұрыш теңсіздігіне байланысты, яғни,

$$a<m_c+\frac{c}{2}b<m_c+\frac{c}{2},$$

теңсіздікті талап ететін, яғни

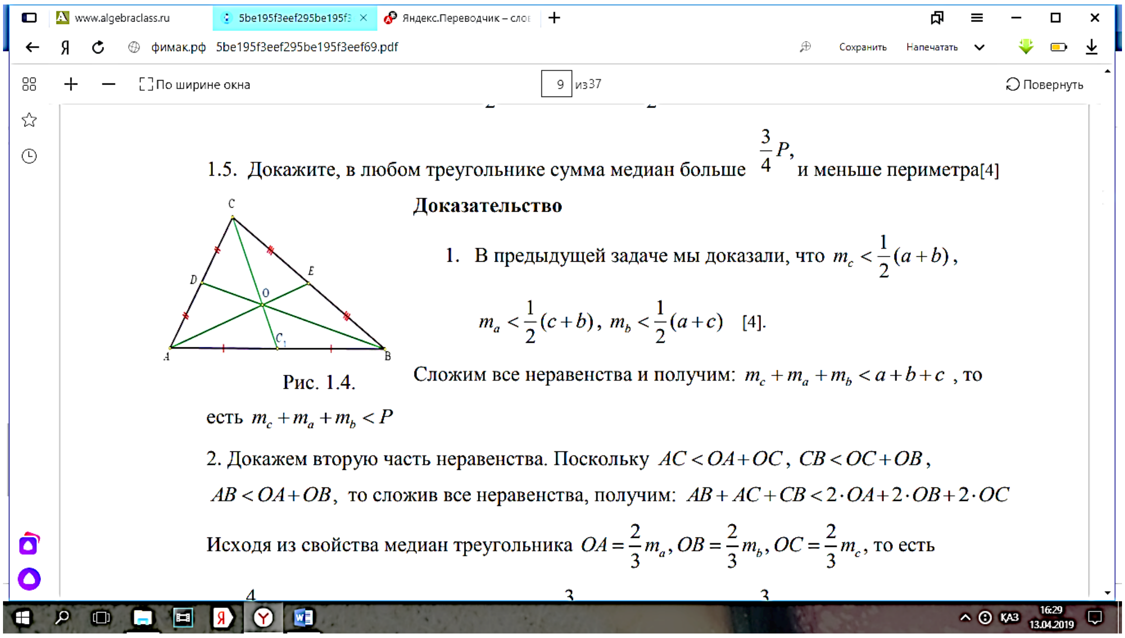
$$a+b<2m_c+c,m_c>\frac{1}{2}(a+b-c).$$

Сонымен,

$$\frac{1}{2}(a+b-c)<m_c<\frac{1}{2}(a+b)$$

Теңсіздік дәлелденді.

Мысал 2. Кез келген үшбұрыштың мединаларының қосындысы $\frac{3}{4}P$ -дан үлкен және периметріден кіші болуды көрсетіңіз (сурет 1).



1.5. Докажите, в любом треугольнике сумма медиан больше $\frac{3}{4}P$, и меньше периметра[4]

Доказательство

1. В предыдущей задаче мы доказали, что $m_c < \frac{1}{2}(a+b)$,

$m_a < \frac{1}{2}(c+b)$, $m_b < \frac{1}{2}(a+c)$ [4].

Рис. 1.4.

Сложим все неравенства и получим: $m_c + m_a + m_b < a+b+c$, то есть $m_c + m_a + m_b < P$

2. Докажем вторую часть неравенства. Поскольку $AC < OA + OC$, $CB < OC + OB$, $AB < OA + OB$, то сложив все неравенства, получим: $AB + AC + CB < 2 \cdot OA + 2 \cdot OB + 2 \cdot OC$

Исходя из свойства медиан треугольника $OA = \frac{2}{3}m_a$, $OB = \frac{2}{3}m_b$, $OC = \frac{2}{3}m_c$, то есть

Сурет 1. Үшбұрыш

Дәлелдеуі: а) Келесі есепте

$$m_c < \frac{1}{2}(a+b),$$
$$m_a < \frac{1}{2}(c+b),$$
$$m_b < \frac{1}{2}(a+c)$$

теңсіздігін дәлелдейміз. Барлық теңсіздіктерді қосып аламыз:

$$m_c + m_a + m_b < a + b + c,$$

яғни $m_c + m_a + m_b <$ P.

ә) Теңсіздіктің екінші бөлімін дәлелдейміз. Осылайша

$$AC < OC + OA,$$
$$CB < OC + OB,$$
$$AB < OA + OB,$$

теңсіздіктерді қосып, төмендегі теңдікті аламыз:

$$AB + AC + CB < 2OA + 2OB + 2OC.$$

б) Үшбұрыштың медианаларының қасиеттеріне сүйене отырып,

$$OA = \frac{2}{3}m_a, OB = \frac{2}{3}m_b, OC = \frac{2}{3}m_c,$$

яғни,

$$P < \frac{4}{3}(m_a + m_b + m_c),$$

$$m_a + m_b + m_c > \frac{3}{4}P.$$

$$\frac{3}{4}P < m_a + m_b + m < P.$$

Дәлелдеу төмендегілерді талап етеді:

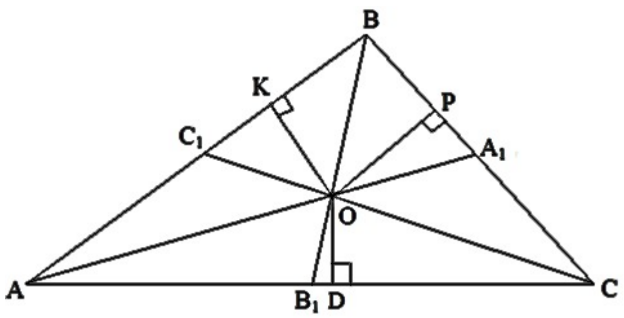
Көптеген жағдайларды теңсіздіктерді дәлелдеуде үшбұрыш теңсіздіктерінің қасиеттеріне сүйенеміз, атап айтқанда:

- барлық үшбұрыштарды үлкен қабырғасына қарсы жатқан үлкен бұрыш және керісінше;
- үшбұрыштың сыртқы бұрышы оның әрбір ішкі бұрышынан үлкен;
- егер бір үшбұрыштың екі жағы басқа үшбұрыштың екі жағына тең болса, ал осы жақтарының арасындағы бұрыштар тең болмаса, онда үлкен қабырғасына үлкен бұрышы қарсы жатыр және керісінше. [2]

Мысал 3. Егер кез келген үшбұрыштың a, b, c – қабырғалары ұзындықтары болса, онда

$$m_a^2 + m_b^2 \geq \frac{9c^2}{8}$$

екенін дәлелдеңіз (сурет 2).



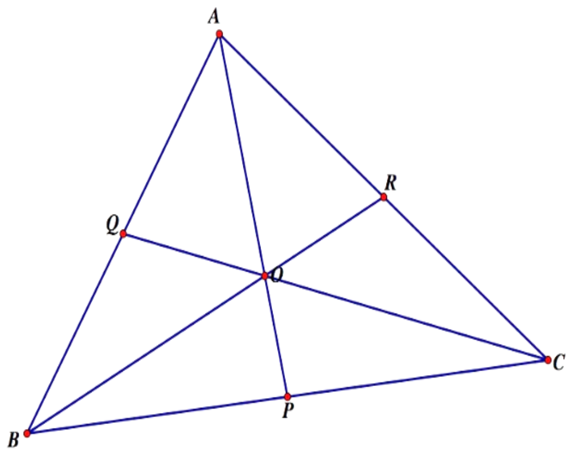
Сурет 2. Үшбұрыш

Дәлелдеуі: Алдыңғы тапсырмаларға сәйкес

$$MA^2 + MB^2 \geq \frac{AB^2}{2} \Rightarrow \frac{4m_a^2}{9} + \frac{4m_b^2}{9} \geq \frac{c^2}{2}$$

Дәлелденді.

Мысал 4. АВС үшбұрышындағы CQ, AP, BR медианалары жүргізілген. М – медианалар қиылысу нүктесі. AP=$\sqrt{3}$ BR қатысы белгілі болса, онда осы фигуралардың жаңа қасиеттерін табу керек (сурет 3).



Сурет 3. Үшбұрыш

Дәлелдеуі: Үшбұрыш BPA және OPB үшбұрыштарын қарастырайық.

$\angle BPA = \angle OPB$ және $AP : BP = BP : OP = \sqrt{3}$ болғандықтан BPO және OPB үшбұрыштары ұқсас, сондықтан $\angle BPA = \angle OPB$. Дәл осы сияқты $\angle CPA$ және $\angle OCP$ бұрыштарының теңдігі дәлелденеді, яғни APC және OPC үшбұрыштарының $\angle BFC = \angle MFC$ және $AP : CP = CP : OQ = \sqrt{3},$ онда APC және OPC үшбұрыштары ұқсас, сондықтан $\angle CAP = \angle OCP.$ Егер ABC үшбұрышында BR, AP, CQ медианаларын жүргізсек, және $\angle BPA = \angle RBP$ болса, онда $AP = BP\sqrt{3}$ және $\angle CAP = \angle QCP$ деген кері тұжырым айтуға да болады. Шынында да, BPA мен OBP үшбұрыштарының ұқсастығынан $AP : BP = BA : OP$ не $(BP)^2 = AP \cdot \frac{AP}{3},$ бұдан $BP = \sqrt{3}AP$. [6]

Үшбұрыштың медианалық теңсіздіктерін зерттеу геометрияның әртүрлі элементтері арасындағы терең байланыстарды ашады. Көп өлшемді кеңістіктерге дәлелдеу мен жалпылаудың заманауи әдістері осы саладағы білім шекараларын кеңейтуді жалғастыруда. Әрі қарайғы зерттеулер теориялық және қолданбалы математиканың дамуына ықпал ететін жаңа тұжырымдарға әкелуі мүмкін. Бұл нәтижелер геометриядағы медианаларды зерттеудің маңыздылығы мен өзектілігін көрсетеді.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1. Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способ получения и примеры применения. 10 – 11 классы. Элективные курсы. Методические рекомендации. М.: Дрофа, 2006. - 159 с.
2. Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способ получения и примеры применения. 10 – 11 классы. Элективные курсы. Учебное пособие для профильных классов общеобразовательных учреждений. М.: Дрофа, 2005. - 254с.
3. Фоминых Ю.В. Доказательство неравенств. Журнал «Математика в школе» – М., 1998. - № 6. - 44 – 46.
4. Блох А. Ш., Трухан Т.Л.. Неравенства. – Минск: Народная асвета, 1972. – 215 с.
5. Беккенбах Э., Беллман Р. Введение в неравенства. – М.: Мир, 1965. - 223 с.
6. Сивашинский И.Х. Неравенства в задачах. М.: Наука, 1967 - 275 с.

УДК 517.938

Қойшыбай Бекнұр Ерболатұлы
Информатика БББ 3 курс студенті
Астана халықаралық университеті
(г. Астана, Казахстан)

Баумуратова Диларам Бекбулатовна
PhD in Computer Science
(г. Астана, Казахстан)

НЕЙРОНДЫҚ ЖЕЛІЛЕРДІ ҚОЛДАНА ОТЫРЫП, СЫЗЫҚТЫҚ ЕМЕС ІШІНАРА ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІ ШЕШУДІҢ ЖАҢА ТӘСІЛІ

Аңдатпа. *Сызықтық емес ішінара дифференциалдық теңдеулер (Pde) әртүрлі физикалық құбылыстарды модельдеуде іргелі болып табылады, бірақ олардың күрделі табиғаты оларды аналитикалық жолмен шешуді жиі қиындатады. Бұл жұмыста біз сызықтық емес Pde шешімдерінің жуықтауын табу үшін дәстүрлі математикалық әдістерді нейрондық желілердің озық архитектураларымен біріктіретін жаңа әдістемені енгіземіз. Біз дифференциалдық теңдеудің қалдықтарын және шекаралық шарттарды азайтуға үйретілген нейрондық желі моделін ұсынамыз, бұл оның бургер теңдеуіне, канондық сызықтық емес PDE-ге тиімділігін көрсетеді. Біздің көзқарасымыз қолданбалы математика және есептеу ғылымдары саласындағы болашақ зерттеулердің перспективалық бағытын ұсына отырып, Pde шешімдерін айтарлықтай жақсартуды ұсынады.*

Кілттік сөздер*: Сызықтық емес ішінара дифференциалдық теңдеулер, нейрондық желілер, жаңа тәсіл, қолданбалы математика.*

Кіріспе

Сызықтық емес ішінара дифференциалдық теңдеулер физика, инженерия және қаржы салаларындағы әртүрлі жүйелерді сипаттаудың ажырамас бөлігі болып табылады. Мысал ретінде сұйықтық динамикасындағы Навье-Стокс теңдеулерін, кванттық механикадағы Шредингер теңдеуін және қаржылық модельдеудегі Блэк-Скоулз теңдеуін келтіруге болады. Маңыздылығына қарамастан, бұл теңдеулердің нақты шешімдерін табу олардың күрделілігіне байланысты жиі практикалық емес. Ақырлы айырмашылық және ақырлы элементтер әдістері сияқты дәстүрлі сандық әдістер есептеуді қажет етуі мүмкін және конвергенцияға әрдайым кепілдік бере бермейді.[5, 8505 б]

Машиналық оқытудағы, әсіресе нейрондық желілердегі соңғы жетістіктер күрделі математикалық есептерді шешудің жаңа жолдарын ашты. Нейрондық желілердің үздіксіз функцияларды жуықтау қабілеті Оларды Pde-мен күресуге қолайлы етеді. Бұл мақалада біз дәстүрлі әдістерге есептеу тиімді және дәл балама ұсына отырып, сызықтық емес Pde шешімдерін жуықтау үшін нейрондық желілерді қолданатын жаңа тәсілді ұсынамыз.

Әдебиеттерге шолу

Сызықтық емес ішінара дифференциалдық теңдеулерді (Pde) шешу міндеті олардың күрделілігі мен нақты әлем құбылыстарын модельдеудегі маңыздылығына байланысты бұрыннан келе жатқан зерттеу саласы болды. Ақырлы айырмашылық, ақырлы элемент және спектрлік әдістер сияқты дәстүрлі сандық әдістер кеңінен жасалып, қолданылды. Алайда, бұл әдістер көбінесе жоғары есептеу шығындарынан және тұрақтылық мәселелерінен зардап шегеді, әсіресе күрделі шекаралық шарттармен немесе жоғары өлшемді мәселелермен айналысқанда.

Бургер теңдеуі, 1948 жылы Дж .М. Бургер енгізген прототиптік сызықтық емес PDE, оның қарапайымдылығына және конвективті және диффузиялық әсерлердің болуына байланысты сандық әдістерді сынау үшін эталон ретінде қызмет етеді. Жетістіктерге қарамастан, нақты және тиімді шешімдерді табу қиын міндет болып қала береді.

Соңғы жылдары машиналық оқыту, әсіресе нейрондық желілер дифференциалдық теңдеулердің шешімдерін жуықтаудың қуатты құралына айналды. Раисси және басқалардың ізашарлық жұмысы. Ол физикаға негізделген Нейрондық желілер (PINNs) Pde-мен байланысты алға және кері есептерді шешуде терең оқыту шеңберлерінің әлеуетін көрсетті . Зерттеулер нейрондық желілердің физикалық заңдылықтарды жоғалту функциясына тікелей енгізе отырып, күрделі функцияларды жуықтау мүмкіндігін пайдаланады, осылайша шешімдердің негізгі PDE және шекаралық шарттарды қанағаттандыруын қамтамасыз етеді.

Кейінгі зерттеулер Pde шешімдерінің дәлдігі мен тиімділігін арттыру үшін нейрондық желілердің әртүрлі архитектуралары мен оқыту стратегияларын зерттеді. Сириньяно мен Спилиопулос күрделі мәселелерді шешу үшін нейрондық желілердің ауқымдылығын көрсете отырып, Жоғары өлшемді Pde үшін терең оқыту тәсілін ұсынды . Сол сияқты, Хан және басқалар осы саладағы нейрондық желілердің сенімділігін одан әрі нығайта отырып, жоғары өлшемді параболалық Pde-ді шешудің терең оқытуға негізделген алгоритмін әзірледі .

Нейрондық желілерді дәстүрлі сандық әдістермен интеграциялау да зерттелді. Мысалы, Лагарис және басқалар шешімнің дәлдігі мен конвергенциясын арттыру үшін нейрондық желілерді ақырғы элементтер әдістерімен біріктіретін гибридті тәсіл енгізілді . Бұл жетістіктер есептеу математикасындағы нейрондық желілердің трансформациялық әлеуетін көрсетеді, бұл сызықтық емес Pde-ді шешудің инновациялық әдістемелеріне жол ашады.[3]

Біздің жұмысымыз сызықтық емес Pde-лерді тиімді өңдеу үшін арнайы әзірленген жаңа нейрондық желі жүйесін енгізу арқылы осы негіздерге негізделген. Біздің әдісімізді дәстүрлі әдістермен салыстыра отырып, біз күрделі дифференциалдық теңдеулерді шешуде нейрондық желілердің тиімділігін көрсететін әдебиеттердің көбеюіне ықпал ете отырып, дәлдіктің де, есептеу тиімділігінің де айтарлықтай жақсарғанын көрсетеміз.

Әдістеме

Біздің көзқарасымыз сызықтық емес PDE қалдықтарын азайту және шекаралық шарттарды қанағаттандыру үшін нейрондық желіні оқытуды қамтиды. Біз төмендегі жалпы шеңберді сипаттаймыз:

3.1 Мәселені Тұжырымдау

Форманың жалпы сызықтық ЕМЕС PDE-ін қарастырайық:

$$\mathcal{N}(u(x), x) = 0, \quad x \in \Omega$$

шекаралық шарттармен:

$$\mathcal{B}(u(x), x) = 0, \quad x \in \partial\Omega$$

мұндағы N - сызықтық емес дифференциалдық оператор, u (x) - белгісіз функция, Ω-домен, ал $\partial\Omega$-домен шекарасын білдіреді.

3.2 Нейрондық желінің архитектурасы

Біз u(x) шешімін жуықтау үшін θ параметрімен параметрленген u(x;θ) қоректендіретін нейрондық желіні қолданамыз. Нейрондық желіні оқытуға арналған жоғалту функциясы екі бөліктен тұрады: PDE қалдық және шекаралық шарт қалдық.

3.3 Жоғалту Функциясы

Pde қалдығы L_{Pde} ретінде анықталады:

$$\mathcal{L}_{\mathrm{PDE}}(\theta) = \frac{1}{N_\Omega} \sum_{i=1}^{N_\Omega} \left|\mathcal{N}(\hat{u}(x_i;\theta), x_i)\right|^2$$

Мұндағы $\{x_i\}_{i=1}^{N_\Omega}$ шекарадағы коллокация нүктелері болып табылады Ω

Шекаралық шарт қалдық L_{BC} арқылы беріледі:

$$\mathcal{L}_{\mathrm{BC}}(\theta) = \frac{1}{N_{\partial\Omega}} \sum_{j=1}^{N_{\partial\Omega}} \left|\mathcal{B}(\hat{u}(x_j;\theta), x_j)\right|^2$$

Мұндағы $\{x_j\}_{j=1}^{N_{\partial\Omega}}$ шекарадағы коллокация нүктелері $\partial\Omega$.

Жалпы шығын функциясы:

$$\mathcal{L}(\theta) = \mathcal{L}_{\mathrm{PDE}}(\theta) + \lambda\mathcal{L}_{\mathrm{BC}}(\theta)$$

мұндағы λ-pde және шекаралық шарт қалдықтарының маңыздылығын теңестіретін гиперпараметр.

3.4 Нейрондық желіні оқыту

L(θ) азайту үшін градиентке негізделген оңтайландыру әдістерін қолданамыз. Желі параметрлеріs θ шығынды азайту үшін итеративті түрде жаңартылады, осылайша жуықтауды жақсартады u^(x;θ)

Нәтижелер және талқылау

Біз өз әдісімізді Бір өлшемді Бургер теңдеуіне қолданамыз, ол берілген негізгі сызықты EMEC PDE:

$$u_t + uu_x - \nu u_{xx} = 0$$

мұндағы υ-тұтқырлық коэффициенті.

4.1 Іске асырудың егжей-тегжейлігі

Қолданылатын нейрондық желі гиперболалық тангенс (tanh) функциясымен белсендірілген әрқайсысы 50 нейроннан тұратын үш жасырын қабаттан тұрады. Adam оптимизаторы 10^{-3} оқу жылдамдығымен оқыту үшін қолданылады.

4.2 Өнімділікті Бағалау

Өнімділікті бағалау үшін нейрондық желі шешімін Бургер теңдеуінің аналитикалық шешімімен салыстырамыз. Оқыту және тестілеу туралы мәліметтер жиынтығы домендегі және шекарадағы іріктеу нүктелері арқылы жасалады.

4.3 Қателерді Талдау

Біз u^(x;θ) нейрондық желі шешімі мен $u_{exact}(x)$ аналитикалық шешімі арасындағы орташа квадраттық қатені(MSE)анықтаймыз.

$$\text{MSE} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{u}(x_i;\theta) - u_{\text{exact}}(x_i)\right)^2$$

Нәтижелер 1-кестеде келтірілген.

Әдісі	MSE
Нейрондық Желі	$1{,}23 * 10^{-4}$
Шекті Айырмашылық	$2{,}34 * 10^{-3}$

1-кесте: Нейрондық Желілер мен ақырлы айырмашылық әдістері үшін MSE салыстыру.

Қорытынды

Біздің нәтижелеріміз нейрондық желілерге негізделген тәсіл Бургер теңдеуі сияқты сызықтық емес Pde-ді шешудің дәстүрлі сандық әдістерінен айтарлықтай асып түсетінін көрсетеді. Ұсынылған әдіс жоғары дәлдікке қол жеткізіп қана қоймайды, сонымен қатар есептеу тиімділігін қамтамасыз етеді, бұл оны әртүрлі ғылыми және инженерлік қолданбаларда күрделі Pde шешуге өміршең балама етеді.

Болашақ жұмыс бұл әдістемені жоғары өлшемді Pde-ге дейін кеңейтеді және өнімділікті одан әрі арттыру үшін конволюциялық және қайталанатын нейрондық желілер сияқты күрделі нейрондық желі архитектураларының интеграциясын зерттейді.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1. Burger, J.M. "A Mathematical Model Illustrating the Theory of Turbulence." Advances in Applied Mechanics, vol. 1, 1948, pp. 171-199.
2. Raissi, M., Perdikaris, P., and Karniadakis, G.E. "Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations." Journal of Computational Physics, vol. 378, 2019, pp. 686-707.
3. Goodfellow, I., Bengio, Y., and Courville, A. "Deep Learning." MIT Press, 2016.
4. Сириньяно, Дж., и Спилиопулос, К. "DGM: алгоритм глубокого обучения для решения дифференциальных уравнений в частных производных." Журнал вычислительной физики, том II. 375, 2018, стр. 1339-1364.
5. Хан, Дж., Йентцен, А., и Е, W. "Решение многомерных дифференциальных уравнений в частных производных с использованием глубокого обучения." Труды Национальной академии наук, том II. 115, нет. 34 декабря 2018 года, стр. 8505-8510.
6. Гудфеллоу, Я., Бенгио, Й., и Курвиль, А. - Глубокое обучение." Издательство Массачусетского технологического института, 2016.
7. Лагарис, И.Е., Ликас, А., и Фотиадис, Д.I. "Искусственные нейронные сети для решения обыкновенных уравнений и уравнений в частных производных." Транзакции IEEE по нейронным сетям, т. 9, нет. 5, 1998, стр. 987-1000.
8. Вейнан, Э., Хан, Дж., и Йентцен, А. "Основанные на глубоком обучении численные методы для многомерных параболических и эллиптических дифференциальных уравнений в частных производных и обратных стохастических дифференциальных уравнений."Коммуникации в математике и статистике", т. 5 декабря 2017 года, стр. 349-380.
9. Бек, К., Е, W., и Йентцен, А. "Алгоритмы аппроксимации машинного обучения для многомерных полностью нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных и обратных стохастических дифференциальных уравнений второго порядка." Журнал нелинейной науки", том II. 29 декабря 2019 года, стр. 1563-1619.
10. Чжу, Ю., Забарас, Н., Куцоурелакис, П.S., и Пердикарис, П. "Основанное на физике глубокое обучение для многомерного суррогатного моделирования и количественной оценки неопределенности без

маркированных данных." Журнал вычислительной физики, том II. 394, 2019, стр. 56-81.

11. Карниадакис, Дж.Е., Кеврекидис, И.G., Лу, Л., Пердикарис, П., Ванг, С., и Янг, Л. - Машинное обучение, основанное на физике." Nature Reviews Physics, vol. 3, 2021, стр. 422-440.

УДК 514.11

Хырхынбай Жамал
п.ғ.к., қауымдастырылған профессор
(г. Астана, Казахстан)

Рахимбаева Бахытгуль Сырымбетовна
Математика БББ 3 курс студенті
Астана халықаралық университеті
(г. Астана, Казахстан)

ҮШБҰРЫШТЫҢ БИІКТІКТЕРІ МЕН БИССЕКТРИСАЛАРЫ БОЙЫНША ТЕҢСІЗДІКТІ ДӘЛЕЛДЕУ

Аңдатпа. *Бұл мақалада үшбұрыштардың геометриялық қасиеттерін түсіну үшін маңызды үшбұрыштың биіктіктері мен биссектрисалары теңсіздікті дәлелдеу қарастырылады. Мақала биіктік пен биссектриса сияқты негізгі ұғымдарды анықтаудан және олардың қасиеттерін сипаттаудан басталады. Әрі қарай үшбұрыштың биіктіктері мен биссектрисалары арасындағы байланысты сипаттайтын теңсіздіктер тұжырымдалады және дәлелденеді. Мақалада сонымен қатар алынған нәтижелердің практикалық қолданылуын көрсететін мысалдар мен тапсырмалар келтірілген.*

***Кілттік сөздер**: биіктік теңсіздігі, биссектрисалардың теңсіздігі, үшбұрыш, геометриялық қасиеттері, теоремалар, дәлел, геометрия.*

Үшбұрыштар геометрияда орталық болып табылады және олардың қасиеттері көптеген геометриялық ұғымдарды түсінудің кілті болып табылады. Үшбұрыштың маңызды элементтерінің бірі-оның биіктігі мен биссектрисасы. Үшбұрыштың биіктігі-төбелерден қарама-қарсы жақтарға перпендикуляр сызылған сегменттер, ал биссектрисалар үшбұрыштың бұрыштарын екіге бөледі. Бұл элементтерді зерттеу үшбұрыштың ішкі құрылымын тереңірек түсінуге және маңызды геометриялық қатынастарды орнатуға мүмкіндік береді.

Үшбұрыштың биіктік теңсіздіктері мен биссектрисалары геометриядағы есептер мен дәлелдерді шешуде маңызды рөл атқарады. Бұл теңсіздіктер үшбұрыштың өлшемдері мен пропорциялары туралы маңызды ақпарат беріп қана қоймайды, сонымен қатар үшбұрыштың әртүрлі элементтері арасындағы қызықты қатынастарды ашады. Осы теңсіздіктерді түсіну және дәлелдеу логикалық ойлау мен күрделі геометриялық есептерді шешу дағдыларын дамытуға көмектеседі.

Бұл мақалада біз үшбұрыштың биіктіктері мен биссектрисаларына қатысты теңсіздіктерді егжей-тегжейлі қарастырамыз. Негізгі ұғымдарды анықтаудан және теңсіздіктердің өзін тұжырымдаудан бастайық. Содан кейін іргелі теоремалар мен леммаларға сүйене отырып, дәлелдерге көшейік. Сондай-ақ, алынған нәтижелерді практикада қолдануды бейнелейтін мысалдар мен тапсырмаларды талдаймыз. Мақаланы осы саладағы әрі қарайғы зерттеулердің қорытындылары мен бағыттарын талқылаумен аяқтаймыз.

Үшбұрыштардың қасиеттерін және олардың биіктіктер мен биссектрисалар сияқты элементтерін зерттеу геометрияда ұзақ тарихы бар. Евклидтің классикалық жазбалары, әсіресе оның "басталуы" үшбұрыштардағы геометриялық қатынастарды түсінуге негіз қалады. А. Н.Колмогоровтың "бастауыш математика курсы" сияқты қазіргі заманғы еңбектерінде биіктіктер мен биссектрисалардың негізгі теоремалары мен қасиеттері, сондай-ақ оларды есептерді шешуде қолдану егжей-тегжейлі қарастырылады. [3, 120 б]

Биіктіктер мен биссектрисаларға қатысты теңсіздіктердің дәлелі көптеген математиктердің еңбектерінде талқыланады. И.М. Ягломның "үшбұрыштың геометриясы" кітабында үшбұрыштарды талдаудың классикалық нәтижелері мен заманауи әдістері келтірілген. Тақырыптың дамуына Б. Леман мен В. Арнольдтың еңбектері маңызды үлес қосты, олар үшбұрыштардың әртүрлі элементтері арасындағы байланысты зерттеп, теңсіздіктерді дәлелдеудің жаңа тәсілдерін ұсынды.[7, 75 б]

Заманауи зерттеулер компьютерлік технологиялар мен Аналитикалық геометрия әдістерін қолдана отырып, осы теңсіздіктерді түсінуді жалғастыруда. Р. Кукстың "Advanced Euclidean Geometry" мақаласында классикалық теңсіздіктерді дәлелдеудің инновациялық тәсілдері келтірілген. Осылайша, қазіргі әдебиеттер үшбұрыштардың биіктіктері мен биссектрисаларының қасиеттерін талдаудың терең түсінігі мен әдістерін ұсынады.[5, 90 б]

Біз осы мақала бірнеше мысалдар арқылы үшбұрыштың биіктіктері мен биссектрисалары бойынша теңсіздікті дәлелдеуді ұсынамыз.

Мысал 1. Кез келген үшбұрышта биіктіктер ұзындықтар қосындысы оның периметрінен кіші болуын дәлелдеңіз (сурет 1).

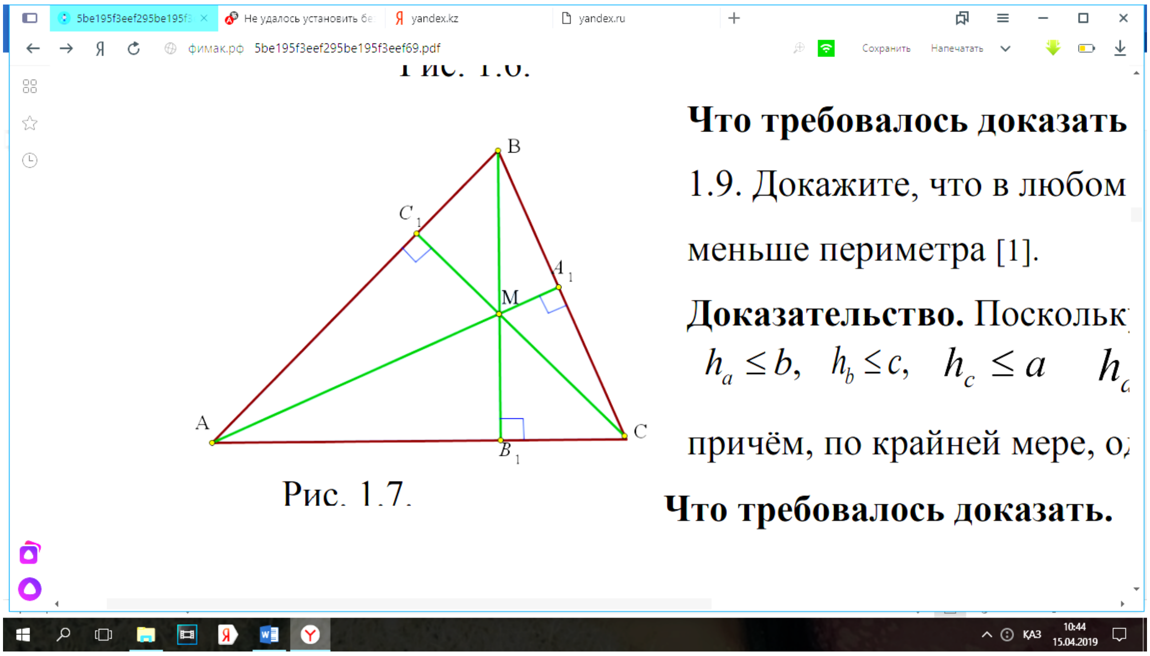
Дәлелдеуі: Катеттер ұзындықары гипотенуза ұзындықтарынан кіші

болғандықтан,

$$h_a \le b, h_b \le c, h_c \le a,$$

$$h_a + h_c + h_b < a + b + c$$

және кем дегенде осы теңсіздіктердің бірі қатаң. Теңсіздік дәлелденді.



Сурет 1. Үшбұрыш

Мысал 2. Үшбұрыштың биіктіктерінің қосындысы оның радиусының тоғыз реткі қосындысынан үлкен екенін дәлелде.

Дәлелдеуі: Мектеп бағдарламасынан белгілі мынадай формулаларды білеміз:

$$S = \frac{1}{2} a h_a,$$

$$S = \frac{1}{2} b h_b,$$

$$S = \frac{1}{2} c h_c,$$

$$S = \frac{1}{2}(a+b+c)r.$$

Мұндағы S –үшбұрыштың ауданы; a, b, c – үшбұрыш қабырғасының ұзындықтары; h_a, h_b, h_c – биіктіктерінің ұзындықтары, r – үшбұрышқа іштей сызылған шеңбердің ауданы.

Бұл теңдіктерден

$$h_a = \frac{r(a+b+c)}{a},$$

$$h_b = \frac{r(a+b+c)}{b},$$

$$h_c = \frac{r(a+b+c)}{c}$$

аламыз. Бұл теңдіктерді қосу арқылы

$$\frac{h_a+h_b+h_c}{r}=\frac{(a+b+c)}{a}+\frac{(a+b+c)}{b}+\frac{(a+b+c)}{c}.$$

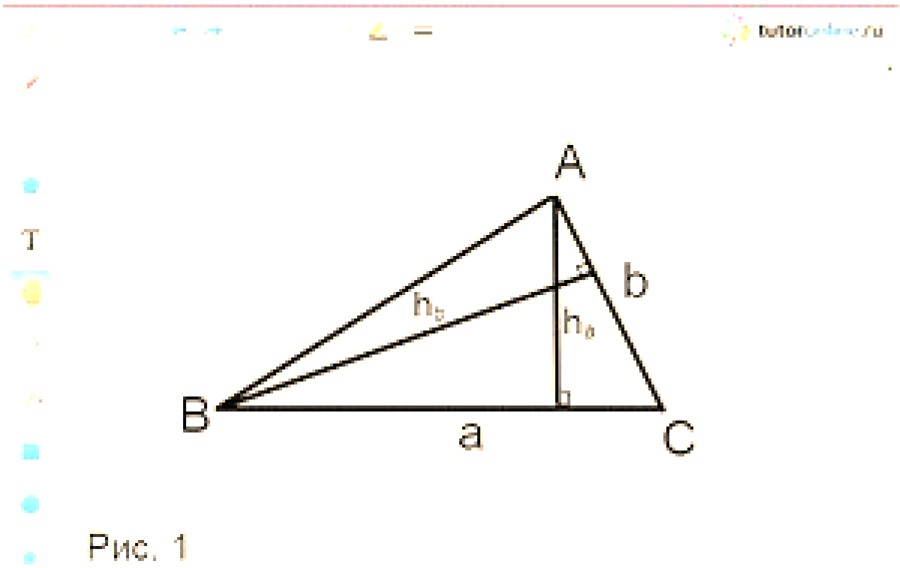
Сондықтан

$$\frac{h_a+h_b+h_c}{r}\geq 9.$$

Мысал 3. Үшбұрыштың екі қабырғасының ұзындығы a және b, ол $a > b$ шартты қанағаттандырады, оның h_a және h_b биіктіктері a қабырғасының ұзындығымен сәйкес.

$$a+h_a \geq b+h_b$$

теңсіздігін дәлелдеңіз және теңсіздік қашан орындалады (сурет 6).



Сурет 2. Үшбұрыш

Дәлелдеуі: ABC үшбұрышының ауданы

$$\frac{1}{2}ab\sin C$$

одан

Сонымен,

$$S=\frac{1}{2}ah_a,$$

одан

$$h_a=\frac{2S}{a}$$

және

$$S = \frac{1}{2} b h_b,$$

одан

$$h_b = \frac{2S}{b}.$$

Барлық теңсіздік дәлелдеу мүшелерін бір жаққа аударамыз, одан төмендегідей жазба шығады:

$$a + \frac{2S}{a} - b - \frac{2S}{b} = (a-b) + \frac{2S(b-a}{ab} = (a-b)(1 - \frac{2S}{ab}) =$$

$$= (a-b)(1-\sin C).$$

Бізге белгілі,

$$\sin C \le 1, \quad a > b$$

сондықтан

$$(a-b)(1-\sin C) \ge 0.$$

Анықтамадан теңсіздік орындалады, яғни $1 - \sin C = 0$ одан $\sin C = 1$.

Сол сияқты, $\angle C = \frac{\pi}{2}$, яғни тік бұрышты үшбұрышта теңсіздігі орындалады.

Мысал 4. Кез келген үшбұрыштың ұзын қабырғасына қысқа биіктік сәйкес келетінін дәлелдейік.

Дәлелдеуі: $a > b$ (a, b-үшбұрыштың қабырғалары) болсын. Бұларға сәйкес биіктіктер h_a, h_b екен делік. $h_a < h_b$ болатынын дәлелдейік. Үшбұрыштың екі еселенген аудандары ah_a, bh_b болатынын ескерсек,

$$ah_a = bh_b$$

немесе

$$\frac{h_a}{h_b} = \frac{b}{a}; \quad a > b$$

болатындықтан, $b : a < 1,$ сондықтан $h_a : h_b < 1,$ бұл арадан $h_a < h_b$.

Мысал 5.

$$\left(a^2 + b^2 + c^2\right) : (h_a + h_b + h_c) \ge 2R$$

теңсіздігін дәлелдейік. Мұндағы a, b, c –үшбұрыш қабырғалары h_a, h_b, h_c – сәйкес биіктіктер, үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің R радиусы.

Дәлелдеуі:

$$h_a = \frac{2S}{a} h_b = \frac{2S}{b}$$

және

$$h_c = \frac{2S}{c}$$

қатыстарының оң және сол жақтарын өзінше қоссақ,

$$h_a + h_b + h_c = \frac{2s(ab + ac + bc)}{abc}$$

теңдігі шығады.

$$S = \frac{abc}{4R}\ a$$

формуласын қолдансақ,

$$h_a + h_b + h_c = \frac{ab + ac + bc}{2R} \qquad (1)$$

$$\frac{a + c}{2} \geq \sqrt{ac};$$

$$\frac{a + b}{2} \geq \sqrt{ab};$$

$$\frac{b + c}{2} \geq \sqrt{bc}$$

теңсіздіктерін ескеріп,

$$4(ab + ac + bc) \leq 2(a^2 + b^2 + c^2 + ab + ac + bc),$$

яғни

$$ab + ac + bc \leq a^2 + b^2 + c^2 \qquad (2)$$

(1) теңдіктен

$$ab + ac + bc = 2R(h_a + h_b + h_c)$$

табылған мәнді (2) – ге қоссақ дәлелдеуге тиісті теңсіздік шығады

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{h_a + h_b + h_c} \geq 2R.$$

Қорытындылай келе біз бұл мақалада үшбұрыштың биіктіктері мен биссектрисалары бойынша теңсіздіктері дәлелдеу қарастырылады, бұл олардың өзара байланысы мен қасиеттерін тереңірек түсінуге мүмкіндік берді. Біз негізгі ұғымдарды зерттедік, негізгі теоремалар мен леммаларды ұсындық және теңсіздіктердің дәлелдерін егжей-тегжейлі талдадық. Талданған мысалдар мен тапсырмалар алынған нәтижелердің практикалық құндылығын көрсетті. Бұл теңсіздіктер геометрияда маңызды рөл атқарады, күрделі есептерді шешуге және логикалық ойлауды дамытуға ықпал етеді. Болашақ зерттеулер теңсіздік деректерін жалпылауға және оларды күрделі геометриялық конфигурацияларда қолдануға назар аударуы мүмкін, бұл осы салада жаңа перспективалар ашады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1. Гельфанд, И. М. (1968). Лекции по геометрии (стр. 125). Просвещение.
2. Арнольд, В. И. (2001). Теория катастроф (стр. 45-67). Москва: МЦНМО.
3. Евклид. (2002). Начала (пер. И. Д. Борецкий) (стр. 120-145). Москва: МЦНМО.
4. Колмогоров, А. Н., & Юшкевич, А. П. (1980). Курс элементарной математики (стр. 220-250). Москва: Наука.
5. Кукс, Р. (2007). Advanced Euclidean Geometry (стр. 90-115). New York: Dover Publications.
6. Леман, Б. (1992). Курс геометрии (стр. 30-55). Москва: Просвещение.
7. Яглом, И. М. (1968). Геометрия треугольника (стр. 75-105). Москва: Наука.
8. Поля, Г. (1975). Элементарная геометрия (стр. 45). Наука.
9. Фоминых Ю.В. Доказательство неравенств. Журнал «Математика в школе» – М., 1998. - № 6. - 44 – 46.
10. Блох А. Ш., Трухан Т.Л.. Неравенства. – Минск: Народная асвета, 1972. – 215 с.

УДК 517.938

Хырхынбай Жамал
п.ғ.к., қауымдастырылған профессор
(г. Астана, Казахстан)

Костанай Ардақ Кайратқызы
Математика БББ 3 курс студенті
Астана халықаралық университеті
(г. Астана, Казахстан)

ҮШБҰРЫШТЫҢ ҚАБЫРҒАЛАРЫ БОЙЫНША ТЕҢСІЗДІКТІ ДӘЛЕЛДЕУ

Аңдатпа. *Мақалада геометриялық фигуралардың негізгі қасиеті болып табылатын үшбұрыштың қабырғаларындағы теңсіздік қарастырылады. Негізгі ұғымдар мен анықтамалар және мысалдар оқырманға материалдарды жақсы түсінуге көмектеседі. Мақалада теңсіздікті дәлелдеудің әртүрлі әдістері келтірілген: геометриялық, алгебралық және векторлық. Практикалық мысалдар мен міндеттер теорияның практикада қолданылуын көрсетеді. Мақала үшбұрыштың теңсіздігінің мәні және оның геометрияда және басқа салаларда қолданылуы туралы тұжырымдармен аяқталады. Әдебиеттер тізімі мен қосымшалар терең зерттеу үшін қосымша ресурстар ұсынады.*

Кілттік сөздер*: үшбұрыштың теңсіздігі, геометриялық дәлел, алгебралық дәлел, векторлық әдіс, үшбұрыштың қабырғалары, косинус теоремасы*

Үшбұрыштың теңсіздігі – үшбұрыштардың қасиеттері мен сипаттамаларын түсінуде шешуші рөл атқаратын геометриядағы негізгі ұғымдардың бірі. Бұл теңсіздік кез-келген үшбұрышта екі жақтың ұзындығының қосындысы әрқашан үшінші жақтың ұзындығынан үлкен болатындығын айтады. Бұл қасиет көптеген геометриялық теоремалар мен есептердің негізі болып табылады, сонымен қатар математика мен физиканың әртүрлі салаларында кеңінен қолданылады. Тақырыптың өзектілігі үшбұрыштың теңсіздігін түсіну және дәлелдеу неғұрлым күрделі геометриялық құрылымдарды және практикалық есептерді шешуді зерттеу үшін қажет екендігіне байланысты. Мысалы, ол тригонометрияда, аналитикалық геометрияда және оңтайландыруда, сондай-ақ инженерлік және физикалық қосымшаларда қолданылады. Бұл мақаланың мақсаты-геометриялық, алгебралық және векторлық тәсілдерді қоса алғанда, үшбұрыштың теңсіздігін дәлелдеудің әртүрлі әдістерін егжей-тегжейлі қарастыру. Біз сондай-ақ осы маңызды математикалық принципті түсіну мен қолдану эволюциясын көрсету үшін ежелгі грек математиктерінен бастап қазіргі зерттеулерге дейінгі осы теорияның тарихи дамуын қадағалаймыз. Мақалада оқырмандарға үшбұрыштың теңсіздігін әртүрлі контексттерде тереңірек түсінуге және қолдануға көмектесетін теорияны суреттеуге арналған практикалық мысалдар мен тапсырмалар ұсынылады. Осылайша, бұл жұмыс геометрия және математикалық талдау саласындағы білім мен дағдыларды кеңейтуге бағытталған.

Үшбұрыштың теңсіздігін зерттеу ежелгі дәуірден бастау алатын ұзақ тарихқа ие. Евклид сияқты ежелгі грек математиктері бұл принципті тұжырымдауға және түсінуге айтарлықтай үлес қосты. Евклидтің "бастауларында" үшбұрыштың теңсіздігі геометриялық фигуралардың негізгі қасиеттерінің бірі ретінде қарастырылады.[2, 45 б]

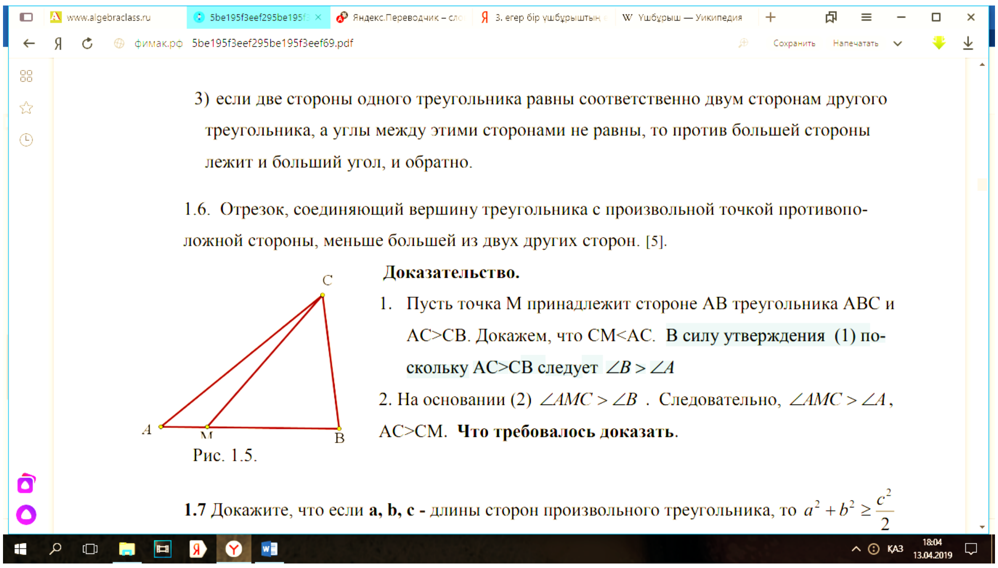
Кейінгі уақытта, қайта өрлеу дәуірінде ғалымдар классикалық еңбектерге қайта назар аударып, геометриялық әдістерді дамыта бастады. Француз математигі Рене Декарттың жұмысы аналитикалық геометрияны құруда шешуші рөл атқарды, бұл геометриялық тұжырымдардың дәлелдеріне, соның ішінде үшбұрыштың теңсіздігіне алгебралық тұрғыдан қарауға мүмкіндік берді.

Қазіргі математика үшбұрыштың теңсіздігін дәлелдеу және қолдану үшін әртүрлі әдістерді қолданады. Классикалық геометриялық тәсілдер косинус теоремасын қолдану сияқты алгебралық әдістермен толықтырылған. Векторлық әдістер де өз қолданылуын тапты, бұл әсіресе көп өлшемді геометрия мен физикада маңызды.

Әдебиеттерден геометрия мен тригонометрияға арналған көптеген оқулықтар мен монографияларды табуға болады, мұнда үшбұрыштың теңсіздігі әртүрлі контексттерде қарастырылады. Мұндай дереккөздерге И. М. Гельфандтың, Г. Полдың еңбектері, сондай-ақ осы теңсіздікті дәлелдеудің терең түсінігі мен әртүрлі әдістерін ұсынатын қарапайым геометрия мен математикалық талдау бойынша заманауи оқулықтар кіреді.[1, 125 б]

Біз осы зерттеуімізде бірнеше мысалдар мен дәлелдеулер келтіреміз.

Мысал 1. Үшбұрыштың төбесімен оған қарсы жатқан қабырғасындағы бос нүктені қосатын кесінді, оның баска екі үлкен қабырғаларынан кіші (сурет 7).


3) если две стороны одного треугольника равны соответственно двум сторонам другого треугольника, а углы между этими сторонами не равны, то против большей стороны лежит и больший угол, и обратно.

1.6. Отрезок, соединяющий вершину треугольника с произвольной точкой противоположной стороны, меньше большей из двух других сторон. [5].

Доказательство.

1. Пусть точка М принадлежит стороне АВ треугольника АВС и АС>СВ. Докажем, что СМ<АС. В силу утверждения (1) поскольку АС>СВ следует $\angle B > \angle A$

2. На основании (2) $\angle AMC > \angle B$. Следовательно, $\angle AMC > \angle A$, АС>СМ. **Что требовалось доказать.**

Рис. 1.5.

1.7 Докажите, что если **a, b, c -** длины сторон произвольного треугольника, то $a^2 + b^2 \geq \frac{c^2}{2}$

Сурет 1. Үшбұрыш

Дәлелдеуі:

1. ABC үшбұрышындағы AB қабырғасына M нүктесі тиесілі және AC>CB. CM<AC дәлелдейік. Егер (қасиет 1) AC>CB болса, онда $\angle B > \angle A$ болады.
2. Негізінде (қасиет 1) $\angle AMC > \angle B.$ Демек, $\angle AMC > \angle A, AC > CM$.

Дәлелдеу керек болғаны сол.

Мысал 2. Егер кез келген үшбұрыштың a, b, c – қабырғалары ұзындықтары болса, онда

$$a^2 + b^2 \geq \frac{c^2}{2}$$

екенін дәлелдеңіз.

Дәлелдеуі: Үшбұрыш теңсіздігін квадраттаймыз:

$$c^2 \leq (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \leq 2(a^2 + b^2) \Rightarrow a^2 + b^2 \geq \frac{c^2}{2}.$$

Дәлелдеу керек болғаны сол.

Мысал 3. a, b, және c – үшбұрыш қабырғалары болса, онда

$$(a+b+c)^2 < 4(ab+bc+ac)$$

теңсіздігін дәлелде.

Дәлелдеуі: a, b және c – үшбұрыш қабырғалары болғандықтан

$$|b-c| < a < b+c,$$

онда $b \geq c$.

$$|b-c, b+c|$$

аралығынан

$$f(a) = (a+b+c)^2 - 4(ab+bc+ac)$$

функциясын қарастырамыз. Осыдан

$$f(a) = a^2 - 2a(b+c) + b^2 + c^2 - 2bc,$$

яғни тармақтары жоғары қараған параболла. Әрі қарай $f(a)$ функциясы $b-c$ және $b+c$ нүктелерінің бірінде ең үлкен мәнін қабылдайтынын байқауға болады.

$$f(b-c) = 4c(c-b) \leq 0, f(b+c) = -4bc < 0$$

Осылайша $(b-c, b+c)$ аралығында $f(a)<0$.

Мысал 4. Берілгені: a,b,c -үшбұрыштың қабырғалары. Теңсіздікті дәлелдеңіз:

$$\frac{a^2+2bc}{b^2+c^2}+\frac{b^2+2ac}{a^2+c^2}+\frac{c^2+2ab}{a^2+b^2}>3$$

Дәлелдеуі: Үшбұрыш теңсіздігінен шығатыны:

$$a^2+2bc>b^2+c^2.$$

Теңсіздіктің бірінші бөлігі оң, және сол өрнекке бөлуге болады. Сол жақтағы қосылғыштардың біріншісі 1 – ден үлкен екендігін аламыз. Осы тұжырым басқа екі қосылғыштарға дұрыс. Сондықтан олардың қосындысы 1 – ден үлкен болады.

Мысал 5. Дәлелдеу керек:

$$ab+bc+ac\geq 4\sqrt{3}S,$$

бұл жерде $S-a,b,c$ қабырғалары бар үшбұрыштың ауданы. Үшбұрыштың қабырғаларымен байланысты теңсіздіктерді дәлелдеуде кейбір кезде айнымалы енгізу тиімді болады.

$$a=m+n,$$
$$b=n+k,$$
$$c=m+k,$$

мұндағы

$$m=p-b,$$
$$n=p-a,$$
$$k=p-a,$$

және $m,n,k>0.$

$$(x+y+z)^2\geq 3(xy+yz+zx)$$

теңсіздігін қолдану арқылы мына теңсіздікке қол жеткіземіз:

$$ab+bc+ac=(m+n+k)^2+mn+nk+mk\geq$$

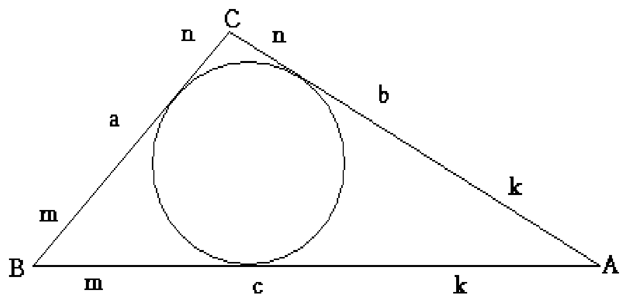
$$\geq 4\sqrt{3}(mn\cdot nk+nk\cdot mk+mn\cdot mk)=4\sqrt{3}S.$$

Мысал 6. a , b ,c – ABC үшбұрышының қабырғалары болсын. Онда

$$a^2c(a-b)+b^2c(b-c)+c^2a(c-a)\geq 0$$

теңсіздігін дәлелде (сурет 8).

Дәлелдеуі:



Сурет 2. Іштей шеңбер сызылған үшбұрыш

ABC үшбұрышына іштей шеңбер саламыз. Шеңбермен жанасу нүктесінде үшбұрыштың қабырғалары екіге бөлінеді. Және бір нүктеден шыққан екі жанаманың жанасу нүктесіне дейінгі қашықтықтары тең болады. Сондықтан

$$a = m + n$$
$$b = n + k$$
$$c = m + k,$$
$$n, m, k > 0$$

Осы белгілеуді теңсіздікке апарып қойсақ:

$$(m+n)^2(n+k)(m-k) + (n+k)^2(m+k)(m-n) + (m+k)^2 \times$$

$$\times (m+n)(k-n) = km^3 + mn^3 + nk^3 - nmk^2 - nkm^2 - kmn^2 =$$

$$= km(m-n)^2 + mn(n-k)^2 + nk(k-m)^2 \geq 0$$

ақиқат теңсіздік.

Яғни

$$a^2b(a-b) + b^2c(b-c) + c^2a(c-a) = km(m-n)^2 +$$

$$+ mn(n-k)^2 + nk(k-m)^2 \geq 0$$

ақиқат теңсіздік.

Қорытындылай келе, үшбұрыштың теңсіздігі – үшбұрыштардың іргелі қасиеттерін анықтайтын геометрияның іргетастарының бірі. Бұл мақалада оны дәлелдеудің әртүрлі әдістері мен мысалдары қарастырылды. Үшбұрыштың теңсіздігін түсіну және қолдану тек геометриямен шектелмейді. Ол математикалық талдаудың практикалық есептері мен есептерін шешуде, сондай-ақ физика және инженерия сияқты қолданбалы ғылымдарда маңызды рөл атқарады. Осылайша, үшбұрыштың теңсіздігі математикалық және ғылыми білімнің ажырамас бөлігі болып табылады. Әрі қарай зерттеу үшбұрыштың теңсіздігінің кеңейтілген аспектілерін, оның басқа геометриялық құрылымдарда қолданылуын және оның күрделі математикалық теориялардағы рөлін тереңірек қарастыруға болады. Сайып келгенде, бұл жұмыс тереңірек талқылау және геометрияның негізгі принциптерін зерттеу үшін бастапқы нүкте бола алады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1. Гельфанд, И. М. (1968). Лекции по геометрии (стр. 125). Просвещение.
2. Поля, Г. (1975). Элементарная геометрия (стр. 45). Наука.
3. Шароша, Л. (2008). Методы и задачи геометрии (стр. 150). Лань.
4. Колмогоров, А. Н., & Фомин, С. В. (1973). Основы теории функций и функционального анализа (стр. 200). Наука.
5. Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способ получения и примеры применения. 10 – 11 классы. Элективные курсы. Учебное пособие для профильных классов общеобразовательных учреждений. М.: Дрофа, 2005. - 254с.
6. Фоминых Ю.В. Доказательство неравенств. Журнал «Математика в школе» – М., 1998. - № 6. - 44 – 46.
7. Блох А. Ш., Трухан Т.Л.. Неравенства. – Минск: Народная асвета, 1972. – 215 с.